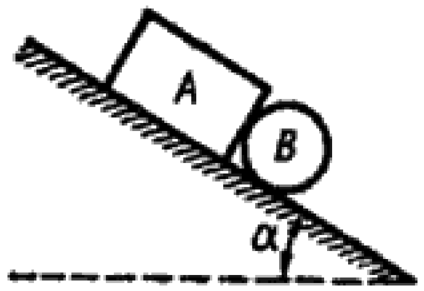
Задача 5



Призма A массой m_A и однородный сплошной цилиндр B массой m_B, имеющие общие точки касания, движутся вместе вдоль плоскости, наклоненной к горизонту под углом α. Определить ускорение призмы, если качение цилиндра происходит без скольжения, а нижняя и передняя грани призмы являются абсолютно гладкими.

Ответ: $a_A = 2g\sin\alpha \dfrac{(m_A + m_B)}{(2m_A + 3m_B)}$.

Исходные параметры задачи. Массы тел, радиус и момент инерции цилиндра, угол наклога плоскости к горизонту:

$g := 9.8$ $\quad mA := 3$ $\quad mB := 6$ $\quad \alpha := 40$

$R := 5$ $\quad I := \dfrac{mB \cdot R^2}{2}$ $\quad \beta := \dfrac{\pi \cdot \alpha}{180}$

Кинетическая энергия системы тел:

$$Ekin(\upsilon A, \upsilon B, \omega) := \frac{mA \cdot \upsilon A^2}{2} + \frac{mB \cdot \upsilon B^2}{2} + \frac{I \cdot \omega^2}{2}$$

Кинематические уравнения связи: $\upsilon A = \upsilon B = \omega R \equiv \upsilon$

$$Ek(\upsilon) := Ekin\left(\upsilon, \upsilon, \frac{\upsilon}{R}\right)$$

Кинетическая энергия как функция скорости призмы, которая равна скорости качения цилиндра.

Мощность работы силы тяжести над системой:

$$P(\upsilon) := (mA + mB) \cdot g \cdot sin(\beta) \cdot \upsilon$$

Ускорение системы - a находим из закона изменения энергии:

$$\Delta E_{kin}(\upsilon) = A$$

$$\Delta E_{kin}(\upsilon) = \frac{\partial E_{kin}}{\partial \upsilon} \cdot \Delta\upsilon = \frac{\partial E_{kin}}{\partial \upsilon} \cdot a \cdot \Delta t = P \cdot \Delta t$$

$$a = P \Big/ \frac{\partial E_{kin}}{\partial \upsilon}$$

$$a(v) := \frac{P(v)}{\frac{d}{dv}Ek(v)}$$

$$a(v)\ float\ ,4\ \rightarrow 4.724$$

ПРОВЕРКА:

$$a := 2 \cdot g \cdot sin(\beta) \cdot \frac{mA + mB}{2 \cdot mA + 3mB}$$

$$\boxed{a = 4.724}$$