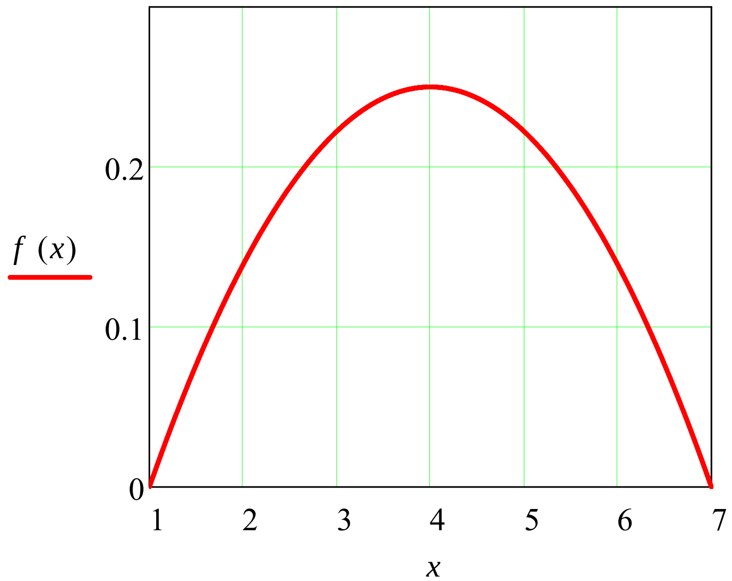
Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины X ($a-b<x<a+b$), заданной функцией плотности вероятности: $f(x)$

Исходные параметры задачи: $a := 4$ $b := 3$ $f(x) := C\cdot\left[b^2-(x-a)^2\right]$

Постоянная ***C*** находится из условия нормировки функции ***f(x)***:

$$Norm := \int_{a-b}^{a+b} f(x)\,dx \rightarrow 36\cdot C \qquad CN := Norm-1 \text{ solve}, C \rightarrow \frac{1}{36}$$

$$f(x) := f(x) \text{ substitute}, C = CN \rightarrow \frac{2\cdot x}{9}-\frac{x^2}{36}-\frac{7}{36}$$



Здесь приведен график функции плотности вероятности распределения значений случайной величины ***x***, посторенный с учетом условия нормировки:

Площадь под графиком этой функции на отрезке $[a-b,a+b]$ равна единице, поскольку случайная величина ***x*** может принимать значения только внутри этого отрезка.

Математическое ожидание ***Mx***, среднее значение квадрата ***Mxx***, дисперсия ***Dx*** и среднее квадратичное отклонение $\boldsymbol{\sigma}$ непрерывной случайной величины ***x***, находятся по формулам

$$Mx := \int_{a-b}^{a+b} f(x)\cdot x\,dx \rightarrow 4 \qquad Mx = 4$$

$$Mxx := \int_{a-b}^{a+b} f(x)\cdot x^2\,dx \rightarrow \frac{89}{5} \qquad Mxx = 17.8$$

$$Dx := Mxx - Mx\cdot Mx \rightarrow \frac{9}{5} \qquad Dx = 1.8$$

$$\sigma := \sqrt{Dx} \qquad \sigma = 1.342$$

Функция распределения вероятностей : $F(x)$

$$FP(x) := \int_{a-b}^{x} f(x)\,dx \qquad FP(x) \rightarrow -\frac{(x-1)^2\cdot(x-10)}{108}$$

$$FI(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } x < a-b \\ FP(x) & \text{if } x \ge a-b \wedge x \le a+b \\ 1 & \text{if } x > a+b \end{cases}$$

$$FP(x) \text{ expand } \rightarrow \frac{x^2}{9} - \frac{x^3}{108} - \frac{7\cdot x}{36} + \frac{5}{54} \qquad FP(a+b) = 1$$